東北結び目セミナー2014

アブストラクト集

根本 啓介(東北大学大学院理学研究科)

2橋結び目補空間の Matveev complexity について

3次元多様体の境界からの collapsing で得られる almost simple spine の true vertex の数の最小値を Matveev complexity という. 3次元多様体が閉多様体である場合は, 多様体から開球体を1つ取り除き, 同様の方法で complexity を定義する. irreducible な閉多様体の場合には, 一部の例外を除き, この complexity は四面体分割の四面体の最小数と一致することが知られている. 講演では, 2 橋結び目補空間の spine を具体的に構成することで complexity の上からの評価が得られたので, それについて紹介する.

田神 慶士 (東京工業大学大学院理工学研究科)

Positivity of links and s-invariant

(joint work with Tetsuya Abe (Tokyo Institute of Technology))

It is known that a link is positive if and only if it is homogeneous and strongly quasipositive. In this talk, we prove that any almost positive link is not homogeneous by computing the Rasmussen, Beliakova and Wehrli's s-invariant of the link. Moreover, we consider the strong quasipositivity of almost positive links. In particular, we show that any fibered almost positive knot is strongly quasipositive.

This is a joint work with Tetsuya Abe.

小林 奈津花 (東京学芸大学大学院教育学研究科)

被覆絡み目のミルナー不変量について

3次元球面 S^3 内の n+1 成分の有向ブルニアン絡み目 $L=K_1\cup\cdots\cup K_{n+1}$ に対し, K_{n+1} で分岐する S^3 の 2 重分岐被覆を $\Sigma(K_{n+1})$, K_i の逆像を $K_i^0\cup K_i^1$ とする.また,絡み目 $K_1^{\varepsilon_1}\cup\ldots\cup K_n^{\varepsilon_n}$ を被覆絡み目と呼び, $L(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)(\varepsilon_i\in\{0,1\})$ で表す.2 重分岐被覆の被覆変換により, $\{L(0,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)\mid\varepsilon_i\in\{0,1\}\}$ から $\{L(1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)\mid\varepsilon_i\in\{0,1\}\}$ から $\{L(1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)\mid\varepsilon_i\in\{0,1\}\}$ は絡み目 L の不変量である.特に,被覆絡み目 $L(0,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)$ に対し,数列 I に関するミルナー不変量 $\bar{\mu}_{L(0,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)}(I)$ が定義されるので,集合 $\{\bar{\mu}_{L(0,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)}(I)\mid\varepsilon_i\in\{0,1\}\}$ は絡み目 L の不変量になる.ここで,集合 $\{\bar{\mu}_{L(0,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)}(I)\mid\varepsilon_i\in\{0,1\}\}$ を数列 I に対する L の被覆ミルナー不変量と呼ぶことにする.本講演では,被覆ミルナー不変

量のコボルディズム不変性、リンクホモトピー不変性、及びLのミルナー不変量との関係について得られた結果を紹介する.

和田 康載 (東京学芸大学大学院教育学研究科)

クローバー絡み目のミルナー不変量と link-homotopy 分類

n 個のループを持ち, 各ループがある 1 つの頂点と 1 本の辺で接続されているグラフを C_n とする. グラフ C_n の三次元球面 S^3 への埋め込み c を S^3 内のn 成分クローバー絡み目と呼ぶ. コンパクトかつ向き付け可能な S^3 内の曲面で, c の変位レトラクトであるものを c の disk/band 曲面と呼び, c の disk/band 曲面 F_c を用いて得られる n 成分ストリング絡み目を L_{F_c} とする. 数列 $I=i_1i_2\cdots i_m$ $(i_j\in 1,2,\cdots,n)$ におけるミルナー不変量 $\mu_{LF_c}(I)$ をクローバー絡み目 c のミルナー不変量 $\mu_c(I)$ と定義する. ここで, m を $\mu_c(I)$ の長さと呼ぶ. 我々は, 長さ k 以下のミルナー不変量が 0 である 2 つのクローバー絡み目が $(link-homotopy+C_{2k+1})$ 同値である必要十分条件は, それらの長さ 2k+1 以下のミルナー不変量が一致することであることを示した. ここで, $(link-homotopy+C_{2k+1})$ 同値とは, 2 つの同値関係 link-homotopy と C_{2k+1} 同値を組み合わせて得られる同値関係のことである. 特に n=3 のときは, クローバー絡み目の link-homotopy 分類を長さ 3 以下のミルナー不変量で与えることができる.

佐藤 進 (神戸大学大学院理学研究科)

Local moves on welded knots

古典的結び目の拡張として仮想結び目と溶接結び目がある. 基本的な局所変形である交差交換とデルタ変形は, 仮想結び目に対しては結び目解消操作ではない. この講演ではこれらの局所変形が溶接結び目に対しては結び目解消操作であることを示す. その応用としてシータ・トーラスのリボン adaptability についても示す.

佐藤 光樹(東京学芸大学大学院教育学研究科)

結び目の4次元スピン多様体における向き付け不可能種数

4次元閉多様体 M と M から 4次元開球体 B を除いた空間 M-B の境界内の結び目 K に対し K が M-B 内に張る null-homologous な向き付け不可能曲面の最小 1次元ベッチ数は K の不変量である. 特に M が 4次元球面の場合は K の向き付け不可能 4次元種数として知られている. 一般の多様体 M について, 上述の最小 1次元ベッチ数が結び目の集合上の有界関数であるかどうかは非自明な問題である. 実際, M が 4次元球面の場合においても, 2012 年に Batson によって初めてその非有界性が示された. 今回, M がスピン多様体である場合も最小 1次元ベッチ数が非有界関

数となることを新たに示したので、この結果について解説する.

新庄 玲子 (国士舘大学理工学部)

オイラー標数から得られるある等式を満たす絡み目図式について (田中心氏(東京学芸大学)との共同研究)

球面上の平面曲線の「(補領域の) i 角形の個数 f_i 」 $(i \neq 4)$ は、オイラー標数から得られる等式

$$\sum_{i=1}^{\infty} (4-i)f_i = 8 \cdots (*)$$

を満たす。逆に等式 (*) を満たすような数列を指定した際に,選んだ数列を実現するような平面曲線が存在するかどうかに関しては,グラフ理論において色々と調べられている。球面上の結び目図式の i 角形の個数 f_i もまた,等式 (*) を満たさなくてはならない.

そこで本講演では、結び目図式 (および絡み目図式) に関して同様の問題を考察する. より具体的には、等式 (*) を満たすような数列を指定した際「任意の結び目は、選んだ数列を実現するような図式を持つかどうか」を考察する. 例えば「3角形8個(と4角形いくつか)」に対して、肯定的な結論が得られた. つまり「任意の結び目は、3角形8個(と4角形いくつか)のみを持つ図式で表せる」ということを意味しており、講演者以前の結果の別証明が得られたことになる.

野坂 武史 (九州大学大学院数理学研究院)

線型形式としてのカンドルコサイクル不変量 II

昨年度, (任意の絡み目群の表現に付随する) 線型形式の不変量を明示し紹介したが, 本講演ではそれに局所系係数相対カップ積で幾何的意味付けに成功した事を述べる. 加えて次の応用と帰結も紹介したい.

- 1. この明示は相対カップ積を計算可能にした. 特に, 望月 2-コサイクルのカンドル不変量に幾何的意味づけた.
- 2. 系として Alexander quandle の絡み目彩色を相対ホモロジーで決定的に記述した. 結び目の Blanchfield pairing の関連もわかった.
- 3. ネター UFD 上線型表現の捩れ Alexander 加群の上に, 2 次形式を与えた. また, その非退化性に関する必要条件を与える.

井上 歩 (愛知教育大学数学教育講座)

Alexander 多項式の零点と回転による結び目彩色

ユークリッド平面の回転全体はカンドルの構造を持つ. どのような結び目がこのカンドルにより非自明彩色可能だろうか?

本講演では、まず非自明彩色を持つ条件が Alexander 多項式の零点により完全に決定できることを示す. 次に、トーラス結び目の非自明彩色が PL トロコイドを利用してすべて列挙できることを紹介する.

伊藤 哲也 (京都大学数理解析研究所)

Topological description of the loop expansion of the colored Jones polynomials

We give a topological definition of the loop expansion of the colored Jones polynomial, the sl_2 reduction of the loop expansion of the Kontsevich invariant. This provides a simple and topological proof of the Melvin-Morton-Rozansky conjecture (1-loop part) and Rozansky's rationality conjecture (higher loop parts) of sl_2 invariants. In particular, our method provides a way to compute the higher loop parts without knowing individual colored Jones polynomials.

河内 明夫 (大阪市立大学数学研究所)

The equivalence on chord diagrams of a ribbon surface-link

A ribbon chord diagram, or simply a chord diagram, of a ribbon surface-link is introduced. Classical links, virtual links and welded virtual links can be described uniquely by chord diagrams with the corresponding moves. As a main result, the equivalence of ribbon surface-links is stated in terms of moves on chord diagrams.

高田 敏恵 (九州大学大学院数理学研究院)

On the slope conjecture for cables of knots

We establish the slope conjecture for (r,s)-cables of (p,q)-torus knots if r is not an integer between 0 and pqs and for (r,s)-cables of alternating knots if r is not an integer between $-2c_K^-s$ and $2c_K^+s$, where c_K^\pm is the number of positive/negative crossings.

長郷 文和(名城大学理工学部数学科)

On some families of minimal elements for the partial ordering on prime knots (joint work with Anh T. Tran (The University of Texas at Dallas))

We show that all twist knots, certain double twist knots and some other 2-bridge knots are minimal elements for the partial ordering on the set of prime knots. The key to these results are presentations of their character varieties using Chebyshev polynomials and a criterion for irreducibility of a polynomial of two variables. These give us an elementary method to discuss the number of irreducible components of the character varieties, which concludes the result essentially.

井戸 絢子 (奈良女子大学理学部)

On keen Heegaard splitting

(joint work with Yeonhee Jang (Nara Women's University) and Tsuyoshi Kobayashi (Nara Women's University))

The distance of Heegaard splitting introduced by Hempel is a measure of its complexity. In this talk, we define a Heegaard splitting $V_1 \cup_{\Sigma} V_2$ to be keen, if the set of pairs of meridian disks of V_1 and V_2 realizing the distance $d(\Sigma)$ consists of one element, and we present an outline of a proof of the existence of keen Heegaard splittings with distance n.

市原 一裕(日本大学文理学部)

Non left-orderable surgeries and generalized Baumslag-Solitar relators (joint work with Yuki Temma (Nihon University))

I will talk about non left-orderable surgeries on knots. It will be shown that a knot admits a non left-orderable surgery if the knot group has a generalized Baumslag-Solitar relator and satisfies certain conditions on a longitude of the knot.

This talk is based on a joint work with Yuki Temma (Nihon University).