

東北結び目セミナー 2017

## アブストラクト集

嘉藤 桂樹 (東京工業大学理学院数学系)

Interior polynomial for signed bipartite graphs and the HOMFLY polynomial

There are many relations between graph theory and knot theory. In particular, certain knot invariants have been expressed in terms of graph invariants. As an example, the interior polynomial is an invariant of bipartite graphs, and a part of the HOMFLY polynomial of a special alternating link coincides with the interior polynomial of the Seifert graph of the link. We extend the interior polynomial to signed bipartite graphs, and we show that, in the planar case, it is equal to a part of the HOMFLY polynomial of a naturally associated link. We also establish some other, more basic properties of this new notion. This leads to new identities involving the original interior polynomial.

村尾 智 (筑波大学数理物質科学研究科数学専攻)

The Gordian distance of handlebody-knots and a  $G$ -family of biquandles

A handlebody-knot is a handlebody embedded in the 3-sphere  $S^3$ . Any two handlebody-knots of the same genus can be transformed into each other by a finite sequence of crossing changes. Then their Gordian distance is defined by the minimal number of crossing changes needed to be deformed each other. In particular, for any handlebody-knot  $H$  and the trivial handlebody-knot of the same genus, the unknotting number of  $H$  is defined by their Gordian distance. In this talk, we give lower bounds for the Gordian distance and the unknotting number of handlebody-knots by using  $G$ -families of biquandles and construct handlebody-knots with Gordian distance  $n$  and unknotting number  $n$  for any positive integer  $n$ .

市原 一裕 (日本大学文理学部)

$SL(2, \mathbb{C})$  Casson invariant and chirally cosmetic surgery

(伊藤哲也氏 (大阪大学)、斎藤敏夫氏 (上越教育大学) との共同研究)

I will report our study of the  $SL(2, \mathbb{C})$  Casson invariant of 3-manifold and chirally cosmetic surgeries on a knot, that is, a pair of Dehn surgeries on producing homeomorphic 3-manifolds with opposite orientations. This is based on a joint work with Tetsuya Ito (Osaka University) and Toshio Saito (Joetsu University of Education).

関野 希望 (東京大学大学院数理科学研究科)

可約な種数 2 Heegaard 分解を持つ 3 次元多様体の GOF-knot

3次元多様体内の種数が1なファイバー結び目 (GOF-knot) に対して, ファイバー曲面に厚みを付けることで種数 2 の Heegaard 分解が得られる。本講演では種数 2 Heegaard 曲面上の単純閉曲線が, その Heegaard 分解を導く GOF-knot であるかを判定する方法を導入し, 具体的な例で計算をする。

石原 海 (山口大学教育学部)

Complete classification of generalized crossing changes between GOF-knots

(Matt Rathbun 氏 (California State University) との共同研究)

ファイバー曲面を1つの弧に沿って切ったりひねったりして別のファイバー曲面ができるのは, 弧がモノドロミーに対して比較的単純なときであることが分かっている。このような弧を種数1のファイバー結び目 (GOF-knot) に対して考える。その結果として GOF-knot を含むすべての多様体において, GOF-knot から別の GOF-knot への一般化された交差交換が決定できることを紹介する。本講演は Matt Rathbun 氏との共同研究に基づく。

野崎 雄太 (東京大学大学院数理科学研究科)

レンズ空間内のホモロジーファイバー結び目

ホモロジーファイバー結び目とはファイバー結び目の定義を緩めたものであり, ホモロジーコボルディズムを用いて定式化される。本講演では, 任意のレンズ空間内に種数1のホモロジーファイバー結び目が存在することを証明する。対照的な事実として, 種数1のファイバー結び目を含まないレンズ空間の存在が知られている。主結果の証明においては, 整係数2次形式や Chebotarev の密度定理など, 整数論が重要な役割を担う。

福田 瑞季 (東北大学大学院理学研究科)

On representations of knot groups of branched twist spins

2次元ファイバー結び目とは, 4次元球面内に埋め込まれた2次元球面でその補空間に円周上のファイブレーション構造をもつものである。特にモノドロミーが周期的な2次元ファイバー結び目を branched twist spin といい, そのファイバー曲面は1次元結び目の分岐被覆であることが Pao によって知られている。本講演では1次元結び目の補空間及びザイフェルト曲面から定まる branched twist spin の結び目群の表示を用いて, 得られた表現に関する結果を紹介する。

佐藤 光樹（東京工業大学理学院数学系）

On eigenvalues of double branched covers

For a given knot, we study the minimal number of positive eigenvalues of the double branched cover over spanning surfaces for the knot. The value gives a lower bound for various genera, the dealternating number and the alternation number of knots, and we prove that Batson's inequality for the non-orientable 4-genus gives a lower bound for the value. In addition, we use the value to give a necessary condition for being quasi-alternating.

直江 央寛（東北大学大学院理学研究科）

On corks having large shadow-complexity

コルクは4次元多様体のエキゾチック対を構成する際に用いられる可縮な4次元多様体である。コンパクトで向き付けられた任意の4次元多様体はshadowと呼ばれる多面体によって表示することができ、その多面体をもつ真頂点の個数の最小値としてshadow-complexityが定義される。このshadow-complexityは境界の3次元多様体のGromov normと非常に密接な関係があることが知られている。今回、2橋絡みに沿ったDehn手術の双曲体積を計算することでshadow-complexityがいくらかでも大きくなるようなコルクの族が構成できたため、これについて紹介する。

大場 貴裕（東京工業大学理学院数学系）

Surfaces in  $D^4$  with the same boundary and fundamental group

標準的接触構造をもつ3次元球面内の横断的絡み目は、シンプレクティック4次元円盤内でシンプレクティック曲面を張ることがある。横断的絡み目が相異なるシンプレクティック曲面を張る例がこれまでいくつか与えられてきた。それらの曲面は全て、補空間の基本群で区別できる。本講演では、相異なるシンプレクティック曲面を張る横断的結び目で、それらの曲面の補空間の基本群が同型となる構成例を紹介する。

田中 心（東京学芸大学教育学部）

バイカンドル彩色数とカンドル彩色数の関係について

（石川勝巳氏（京都大学数理解析研究所）との共同研究）

バイカンドルとはカンドルを一般化した代数構造であり、カンドルを用いて定義される結び目不変量の一部については、それらのバイカンドル版が定義されている。例えば、カンドル彩色数の一般化であるバイカンドル彩色数は、“仮想結び目”に対し

て真に強力な不変量であることが知られていたが, “古典的結び目” に対する振る舞いは分かっていなかった. 本講演では, “古典的結び目” に対するバイカンドル彩色数が, カンドル彩色数として解釈できることを紹介する. また, 時間が許せば, 基本バイカンドルに関する考察や, コサイクル不変量に関する考察についても触れたい. この研究は, 石川勝巳氏 (京都大学数理解析研究所) との共同研究である.

野坂 武史 (東京工業大学理学院数学系)

Milnor–Orr invariants from the Kontsevich invariant

仮定として, “based” link  $L$  が  $k$  次以下の Milnor 不変量が 0 とする. この時, K. Orr は拡張として或る 3 次ホモトピー群に値をもつ (based links の) 不変量を定義した. 今回の主結果とは, Orr 不変量は, (string link の) Kontsevich 不変量の tree 部分の  $2k$  次以下と等価であり, また Milnor  $\bar{\mu}$  不変量の  $2k$  次以下とも (Special expansion を通じ) 等価である事である. この結果, その tree 部分に位相的意味を与え, さらに Orr 不変量の longitude による計算法も与える. また, Meilhan–Yasuhara の結果から, Orr 不変量の HOMFLY 多項式による計算法も与える.