東北結び目セミナー ２０２１

アブストラクト集

Serban Matei Mihalache (東北大学)
Invariants of framed 3-manifolds from Hopf algebra
（鈴木咲衣氏（東京工業大学）と寺嶋郁二氏（東北大学）との共同研究）

本講演では, 有限次元 Hopf 代数を用いてフレーミング付きの閉 3 次元多様体の不変量を構成する方法について述べる. これは, 1. フレーミング付き 3 次元多様体を分岐スパイン (付加構造が入った理想 3 角形分割) で組み合わせ的に表示し, 2. Hopf 代数から構成される 5 角関係式の解を付加構造の入ったスパインの頂点 (理想 3 角形分割の 4 面体) に対応させ 3. この対応から得られるスカラーがスパインの取り方によらないことを示して構成される. 本研究は鈴木咲衣氏と寺嶋郁二氏との共同研究である.

高野 暁弘 (東京大学)
The Long-Moody construction and twisted Alexander invariants

Long-Moody 構成とは, 組み紐群と自由群の半直積の表現から, 組み紐群の新しい表現を作る方法である. その構成をよく見てみると, ねじれ Alexander 不変量の定義に使われる, 表現でねじった Alexander 行列のようなものが出てくることが分かる. 本講演では, 組み紐を固定したとき “良い” 表現を選ぶと, その組み紐の閉包のねじれ Alexander 不変量が Long-Moody 構成を用いて記述できることを示す.

川添 浩太郎 (明治大学)
The one-row colored sl_3 Jones polynomial for pretzel links

sl_3 色付き Jones 多項式は, 向き付きの絡み目の不変量である. 一般に sl_3 色付き Jones 多項式を計算することは難しく, 具体的な絡み目の結果として, トーラス絡み目と二橋絡み目に対してのみ知られている. 本講演では, プレッツェル絡み目に対して, Kuperberg の線形スケイン理論によりグラフィカルな手法を用いて得られた sl_3 色付き Jones 多項式の結果について紹介する.

松崎 尚作 (足利大学)
3 次元球面に埋め込まれた有向曲面のコサイクル不変量
（村尾智氏（早稲田大学）との共同研究）

まず, 3 次元球面に埋め込まれたコンパクト曲面を 3 価頂点グラフとして表し, 結び目のカンドル代数に相当する, 曲面の代数 (Multiple group rack) について説明する.

次に, 最近の研究で得られた, Multiple group rack の彩色数および, それを一般化したコサイクル不変量について述べる. また, コサイクル不変量によって区別できる曲面の具体例などを紹介する. 本研究は, 村尾智氏（早稲田大学）との共同研究である.

木村 満晃 (京都大学)
混合交換子長と不変擬準同型
（川崎盛通氏（青山学院大学）, 松下尚弘氏（琉球大学）, 見村万佐人氏（東北大学）, 丸山修平氏（名古屋大学）との共同研究）

G を群, N をその正規部分群とする. 交換子 $[g, h]$ $(g \in G, h \in N)$ で生成される群 $[G, N]$ は, 混合交換子部分群 (mixed commutator subgroup) とよばれることがある.

この群に対して, 交換子長の亜種である, 混合交換子長というものを考える. 交換子長と, 擬準同型という「準同型に近い」関数の間には, Bavard 双対とよばれる密接な関係が古典的に知られているが, 混合交換子長に対しては, N 上の擬準同型であって G の共役で不変なもの (不変擬準同型) が対応することが, 川崎盛通氏と講演者により見出された.

本講演では, 川崎盛通氏 (青山学院大), 松下尚弘氏 (琉球大), 見村万佐人氏 (東北大), 丸山修平氏 (名古屋大) との共同研究で進めている, 混合交換子長と不変擬準同型の研究の進展について, ブレイド群や絡み目群などの例も交えて紹介する.

Sonia Mahmoudi (東北大学)
Classification of combinatorial weaving diagrams

A weaving diagram is a two-periodic four-regular graph embedded in the Euclidean plane, representing a three-dimensional entangled network called “weave”. As in knot theory, a crossing information is given at each vertex of the graph indicating which arc is over or under the other one. In this talk, we will give a methodology to construct such objects, using combinatorial arguments, as well as a way to classify them according to their number of crossing, and finally define their equivalence classes.

小川 将輝 (埼玉大学)
4-manifolds with distance 2 trisection

近年, 全ての有向閉 4 次元多様体は Trisection という分解を持つことが Gay と Kirby によって示された. この分解によって 4 次元多様体を特徴づける研究や, 4 次元多様体内の曲面結び目との関係が研究されてきた. 今回は, Kirby と Thompson によって導入された Trisection の距離という概念について, その距離が 2 である時にどのような多様体の Trisection になるかという問題について得られた結果を話す.

浅野 喜敬 (東北大学)
Right-left equivalent maps of simplified $(2,0)$-trisections with different configurations of vanishing cycles

Trisection は 4 次元多様体から平面へのある安定写像として Gay-Kirby により導入された. Baykur-Saeki は特異値が自己交叉を持たないクラスとして, 単純な trisection を導入した. 講演者は, 単純な $(2,0)$-trisection の右左同値類に着目し, 平面上の reference path の取り換えによる単純な trisection 図式の変化の様子について調べ, 右左同値であるが, 曲面の同相写像と upper-triangular ハンドルスライドの有限個の列で移り合わない単純な trisection 図式を持つ単純な $(2,0)$-trisection が存在することを示した. 講演では, 得られた結果について紹介する.

野坂 武史 (東京工業大学)
結び目からの Goldman 型 Lie 代数

双曲結び目から Lie 代数をいくつか導入する. その定義はゴールドマン Lie 代数と類似する為, その関係性も議論した. Lie ブラケットは群ホモロジーの言葉を用い定義した. 定義のポイントは結び目群の中心化群を全て考察し, ミルナーペアリングの話に帰着させ, 次元 2 のポアンカレ双対を見つける事である. また双曲性を抜いた条件でどれほど拡張できるかも言及する.

市原 一裕 (日本大学)
Remarks on chirally cosmetic surgeries on knots
（伊藤哲也氏（京都大学）と斎藤敏夫氏（上越教育大学）との共同研究）

In Tohoku knot seminar 2017, I reported our study on the $SL(2,\mathbb{C})$ Casson invariant of 3-manifolds and chirally cosmetic surgeries on knots (based on a joint work with Tetsuya Ito and Toshio Saito). Unfortunately, arguments in the proofs of the theorems reported there contained some gaps. Here I will give corrections and improvements of the results.

伊藤 哲也 (京都大学)
Finiteness of purely cosmetic surgery

Recently, Heegaard Floer homology provides a quite strong constraint for a knot (in the three-sphere) to admit a purely cosmetic surgery. In this talk we explain that the Heegaard Floer homology constraint and author's quantitative refinement of Birman-Menasco finiteness theorem implies purely cosmetic surgery is true for ‘almost all’ knots in the following sense; For given $b > 0$, there are only finitely many knots with braid index $\leqq b$ that admits purely cosmetic surgery.

茂手木 公彦 (日本大学)

Generalized torsion and Dehn filling
（伊藤哲也氏（京都大学）と寺垣内政一氏（広島大学）との共同研究）

A generalized torsion element is a non-trivial element such that some non-empty finite product of its conjugates is the trivial element. If a 3-manifold group does not admit a bi-ordering, then we may expect that it has a generalized torsion element. As a particular case, the fundamental group of any 3-manifold obtained by non-zero surgery on a knot in the 3-sphere may have such an element. We discuss how generalized torsion elements appear in the fundamental group of surgered 3-manifolds. This is joint work with Tetsuya Ito and Masakazu Teragaito.

吉崎 彪雅 (東京理科大学)

Weber's problem in knot theory
（植木潤氏（東京電機大学）との共同研究）

有理数体の有限次拡大体を, 代数体という. 代数体には, 類数と呼ばれる不変量が定義される. 類数の決定, 特に, 類数 1 の代数体がどのくらい存在するか (有限か無限か) は, 数論における重要な未解決問題である. Weber 問題とは, Weber の研究 (1886) に端を発する, 類数 1 の代数体の明示的無限族を提唱する予想である. ここで, 「明示的無限族」とは, 素数 p に対して, 有理数体上の円分 $\mathbb{Z}_p$ 拡大塔の中間体からなる族である.
一方で, 数論と結び目理論には, 古くから興味深い類似性が指摘されている. 講演者は, 東京電機大学の植木潤氏とともに, 拡大塔の類似物である結び目補空間の無限巡回被覆に対し, Weber 問題の結び目理論における類似性を調べた. その結果, 数論における「類数の収束性」の類似定理が得られ, また新たな問題意識 (弱 Weber 問題) を見出した. 本講演では, まず数論的背景と結び目における類似性を概観した後, 主結果 (類数の収束性) と, 弱 Weber 問題を具体例とともに紹介する.

吉田 純 (理化学研究所)

On the four-term relation on Khovanov homology
（伊藤昇氏（茨城工業高等専門学校）との共同研究）

Khovanov ホモロジーは Jones 多項式の圏化であり, 近年では導来圏的な立場からの理解により Reshetikhin-Turaev 流の構成が得られるなど, その量子不変量としての姿がより明確になってきている. さらに有限型不変量との関係について端緒を開くべく, 講演者らは Khovanov ホモロジー上の次数を保つ交差交換について考察し, それを用い

て特異絡み目不変量としての Vassiliev 微分を定義した.

本講演では, この Vassiliev 微分が Kontsevich 不変量の構成に現れる 4 項関係式を満たすことを示し, これが導来圏的な文脈において, 高次ホモトピー構造の消滅として理解できることを説明する. 本研究は, 茨城工業高等専門学校の伊藤昇氏との共同研究である.

北澤 直樹 (九州大学)

グラフ多様体の平面への単純折り目写像を用いた特徴づけについて

3 次元多様体の中で, グラフ多様体というクラスがある. 3 次元多様体の多くを占めることが知られる, 双曲多様体にはならないが, レンズ空間や Seifert 多様体やその連結和を含む重要なクラスである.

折り目写像は, 局所的に Morse 関数と開球の上の恒等写像の直積であるような, Morse 関数の高次元版ともいえる可微分写像である.

3 次元向き付け可能閉多様体が, グラフ多様体であることが, 平面への, 特異値の逆像の連結成分が常に高々 1 個しか特異点を有さないような平面への折り目写像 (単純な折り目写像) をもつこと, より強い条件を課したもの, 特異点全体の集合へ制限すると円周の埋め込みになっているような平面への折り目写像をもつことと同値であることが, 1996 年に佐伯修氏 (九州大学) により示されている.

今回, この平面への単純な折り目写像の具体的なクラスをうまくとると, 同様のグラフ多様体の特徴づけができるという形の新たな結果, 関連した新たなタイプの結果をいくつか得たので, 紹介する. 講演の一部分は, 佐伯氏との共同研究の紹介である.

門上 晃久 (金沢大学)

レンズ空間内のトーラス結び目の分類

（長内恵人氏（コマツ）との共同研究）

レンズ空間内のトーラス結び目を定義し, 分類を試みる.