

東北結び目セミナー 2024

アブストラクト集

小澤 裕子 (明治大学大学院先端数理科学研究科)

ハンドル体結び目群の $SL(2; \mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ 表現の個数

ハンドル体結び目群の表現の個数はハンドル体結び目の不変量である。結び目群の $SL(2; \mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ 表現の個数については北野-鈴木によって研究されている。本講演では、種数 2 のハンドル体結び目群の $SL(2; \mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$ 表現の個数の特性を紹介する。

鈴木 正明 (明治大学総合数理学部)

Twisted Alexander polynomials of knots associated to the regular representations of finite groups

結び目のねじれ Alexander 多項式は結び目群とその表現によって定義される。もし結び目群から有限群に全射準同型が存在するとき、その全射準同型と有限群の正則表現を合成することにより、結び目群の表現を得る。本講演ではこの表現に付随するねじれ Alexander 多項式のいくつかの公式を紹介する。

MAHMOUDI Sonia (東北大学 (WPI-AIMR – SUURI-COOL Sendai))

On the bracket polynomial of periodic tangles

Doubly periodic tangles, or DP tangles, are embeddings of curves in the thickened plane that are periodically repeated in two directions. To reduce the complexity of their classification, we consider the quotient of a DP diagram under a periodic lattice, namely a link diagram on the torus that we call motif. This approach leads to a diagrammatical theory of the topological equivalence of DP tangles, which has been established in [1] on the level of motifs. This notion can be generalized to periodic diagrams of the hyperbolic plane, whose motifs are link diagrams on higher genus surfaces. In this talk we present a generalized Kauffman bracket defined for periodic diagrams of the Euclidean plane and extended to the hyperbolic plane [3]. This generalizes works initiated by Grishanov et al. related to textiles [2].

- [1] I. Diamantis, S. Lambropoulou, S. Mahmoudi, Equivalences of doubly periodic tangles, arXiv:2310.00822 (2023).
- [2] S. A. Grishanov, V. R. Meshkov, A. V. Omel'Chenko, Kauffman-type polynomial invariants for doubly periodic structures, J. Knot Theory Ramifications, 16 (2007) 779–788.

- [3] S. Mahmoudi, On the classification of periodic weaves and universal cover of links in thickened surfaces, arXiv :2009.13896 (2024). To appear in the Communications of the Korean Mathematical Society

持田 知朗 (東北大学大学院理学研究科)

Hopf 群代数を用いた 4 次元多様体の不変量

本講演では, 量子トポロジーにおける 4 次元多様体の不変量の周辺とともに, 講演者による Hopf 群代数を用いた 4 次元多様体とその基本群の表現の組に対する不変量の構成を紹介する. Hopf 群代数は Hopf 代数の一般化であり, 群による次数付けの構造を備えている. Kirby 図式から得られる基本群の表示を, 表現を通じて次数付けの情報と適切に対応させることで構成を行う.

福田 瑞季 (MathAM-OIL・東北大学)

(石川昌治氏 (慶應義塾大学) との共同研究)

ツイストスパン結び目のツイストスパン結び目について

n 次元結び目から $n + 1$ 次元結び目を構成する方法として Zeeman によるツイストスピニングが知られており, ツイストスピニングを繰り返し行うことで 1 次元の結び目から任意の次元の結び目を作ることができる. 本講演では 1 次元の結び目に対し 2 回のツイストスピニングで得られるツイストスパン結び目のツイストスパン結び目, つまり 3 次元結び目, について自明であるための十分条件と非自明であるための十分条件をそれぞれ与えることができたので紹介する. 証明ではタングルの回転数に着目しながら, Pao の branched twist spin に対する Gluck twist の結果から自明性を, orbifold の基本群の性質から非自明性を, それぞれ考察する. 本研究は石川昌治氏 (慶應義塾大学) との共同研究である.

周 星陽 (東北大学大学院理学研究科)

交差モジュールを用いた結び目の不変量

交差モジュール (crossed module) を用いて閉 3 次元多様体の不変量の構成が知られています. この不変量は, 2 つある群のうちある一方を自明な群とすると Dijkgraaf-Witten 不変量のコサイクルが自明な場合と等しくなることが知られています.

今回の講演では, 私が既存の証明を拡張して示した, この交差モジュールを用いた不変量が, コンパクトな境界付き 3 次元多様体についても, 境界の分割に依らないことを用いて計算した, いくつかの結び目についての結果を紹介します. 結び目への適用方法は, 結び目の管状近傍を S^3 から取り除いたものを閉包の不変量を計算することで行いました.

高尾 和人（東北大学大学院情報科学研究科）

Biplat presentations of knots and analogues of the rectangle condition

極小 (destabilized) だが最少 (attaining the bridge index) ではない橋分解をもつ結び目が存在する. この事実がまだ予想だった頃に Joel Hass 氏が提案した候補は「双 plat 表示」とでも呼ぶべきかたちの結び目だった. 懸案は極小性の証明だったが, 所謂「rectangle condition」に類する判定条件が功を奏した. その原型は Andrew Casson 氏と Cameron Gordon 氏が 3 次元多様体の Heegaard 分解の強既約性に対して考案した判定条件である. 本講演では, rectangle condition の類似や精密化と, 双 plat 表示に着目して新たに得られた帰結について紹介する. それぞれ部分的に小沢誠氏, 小林毅氏, 張娟姫氏, 古宇田悠哉氏との共同研究に基づく結果を含む.

加藤 楽人（日本大学大学院総合基礎科学研究科）

3 次元球面内の 2 橋絡み目に関する安定写像の複雑度の評価について

3 次元多様体からユークリッド平面への安定写像は, Morse 関数の一般化として様々な研究がされている. その中で, 石川-古宇田 (2017) は安定写像の複雑度を定義した. 本講演では, 2 橋絡み目がある条件を満たす Conway form をもつとき, その絡み目の外部空間からユークリッド平面への安定写像の複雑度がその Conway form の長さの 2 倍以下で上から評価できることを示す. また本研究は, 市原一裕 氏（日本大学）との共同研究である.

植木 潤（お茶の水女子大学）

（Leo Benard 氏, Ryoto Tange 氏, Anh Tran 氏との共同研究）

twisted Whitehead 絡み目のトーシヨン関数の零点集合について

3 次元多様体の $SL(2, \mathbb{C})$ 既約指標がなす代数多様体上のトーシヨン関数を, 普遍既約表現の Reidemeister トーシヨンとして定義する. 我々は odd twisted Whitehead 絡み目 W_{2n-1} の場合に, この関数の零点集合について

- non-acyclic 指標の集合と一致すること
- ある Dehn 手術で特徴づけられること
- ある特徴的な式で明示的に与えられる 1 次元部分多様体であること
- 重複度が 2 であること

を示し, そこから結び目や穴開きトーラス束の場合の観察結果を一斉に導けることを見る. また, 剰余表現の普遍変形の代数的 L 関数を定義し, 「重複度 2」の言い換えを述べる. (based on a joint work with Leo Benard, Ryoto Tange, Anh Tran)

伊藤 哲也 (京都大学)

Applications of the 0th coefficient of the HOMFLY polynomial for genus one knots

HOMFLY 多項式の z^0 の係数として現れる多項式 (0 番係数多項式) は簡明なスケイン関係を持ち, 特に種数 1 の結び目について, 幾何的な考察と組み合わせることで, 他の不変量や手法では現在得られないような興味深い応用を持つ.

ここでは, 0 番係数多項式の応用として, 講演者の以前の結果である cosmetic crossing 予想への応用を述べたのち, その発展として種数 1 の結び目について, 『種数を増加させない, 正から負の交差交換のみを許す』という制約を付けた結び目解消数がいくらかでも大きくなることを示す. これは正のプレツェル結び目 $P(2p+1, 2q+1, 2r+1)$ の結び目解消数が p, q, r が大きくなるにつれ増大する, という予想の (弱い) 根拠を与える.

丹下 基生 (筑波大学数理物質系)

(山田裕一氏 (電気通信大学) との共同研究)

2つのトーラス結び目のデー手術表示を持つザイフェルト多様体

正の整数 p についてデー手術 (K, p) が L-空間ザイフェルト多様体とする. この多様体が他の結び目 K' の負の数のデー手術表示を持つような組み (K, K') について考察する. K, K' がトーラス結び目の場合にその組みを完全に決定する. また, 一般にそのような結び目 K, K' が満たす torsion 係数におけるある関係式を示す. この研究は電通大の山田裕一氏との共同研究である.

谷山 公規 (早稲田大学教育学部)

Flowers of knots

An (n, k) -flower $F(n, k)$ is the shadow of the closure of an n -braid $(\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_{n-1})^k$. V.O. Manturov showed that every knot has $F(n, k)$ as its shadow for some n and k . We show the following. Let K be a knot and $k \geq \text{bridge}(K)$. Then K has $F(n, k)$ as its shadow for some n . As a corollary we show that $\text{bridge}(K) = \text{lr}(K)$ where $\text{lr}(K)$ is the left-right number of K . This gives us a new definition of the bridge number of a knot.

内田 吉昭 (神戸薬科大学薬学部)

(中西康剛氏 (神戸大学) との共同研究)

Periodic knots with unknotting number one

周期的結び目はよく知られた結び目の集合である. また結び目解消操作数 1 の結び目もよく知られた集合である. そこで結び目解消操作数 1 の周期的結び目を考える. trefoil

knot がその代表例として挙げることができるが, 実は trefoil knot はその中で特別な結び目らしいことを発表する.

村上 友哉 (九州大学大学院数理学研究院)

(William Mistegård 氏との共同研究)

非半単純リボンテンソル圏の量子不変量に関する円周極限予想

円周極限予想 (radial limit conjecture) は量子不変量を q 級数の極限值として表示できるかを問うものであり, 量子不変量の漸近展開や量子モジュラー性を研究するための土台となる. 講演者はこれまでに円周極限予想を WRT 不変量という半単純リボンテンソル圏に由来する量子不変量に対して解決してきたが, 新たに CGP 不変量という半単純でないリボンテンソル圏に由来する量子不変量に対して解決できた. 証明には定常位相近似の手法を用いる. 本講演は William Mistegård 氏との共同研究 (arXiv: 2408.07423) に基づく.

山口 貢輝 (京都大学)

On the n -loop Kontsevich invariant of knots having the same Alexander polynomial

本講演では, 「同じ Alexander 多項式を持つ種数 g 以下の結び目の集合の, $n (> 1)$ -ループ Kontsevich 不変量による像」で生成される部分空間が有限次元になることを示す. この有限次元性は, 2 ループ多項式の次数と結び目の種数の間に成り立つ不等式の, ある種の一般化と捉えることができる. その系として, n ループ Kontsevich 不変量におけるそれらの像が, 有限個の Vassiliev 不変量で記述できることを示す. また, いくつかの簡単な場合における, それらの次元に関する具体的な計算を与える.

高橋 夏野 (大阪大学情報科学研究科)

相対トライセクション図式の円盤接着操作

トライセクションとは, 4次元多様体を適切な方法で3つのハンドル体に分割するという概念である. 特に, 境界付き4次元多様体に対する3分割は, 相対トライセクションと呼ばれる. 本講演では, 相対トライセクション図式に対する円盤接着操作という概念を導入する. この操作は, 相対トライセクション図式から閉4次元多様体のトライセクション図式を構成するものである. また応用として, 複数個の非微分同相な最小種数相対トライセクションを許容する4次元多様体の存在性を証明する.