# 東北結び目セミナー 2025

# アブストラクト集

# 舘野 荘平(名古屋大学)

An analogue of non-commutative Iwasawa theory for fibered knots

It is known that there are deep analogies between low-dimensional topology and algebraic number theory. In particular, Alexander-Fox theory is considered to be the correspondent of Iwasawa theory. In this talk, based on the insight of non-commutative Iwasawa theory, we construct a knot invariant for fibered knots, which is a refinement of classical Alexander polynomials. As an application, we generalize Fox's classical formula for the sizes of first homology groups, extending it from cyclic covers to certain non-abelian covers of  $S^3$  branched along knots.

# 小谷 久寿 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

Kontsevich invariant and Galois action for 2-component string links

Kontsevich 不変量は associator と呼ばれるある無限級数を指定するごとに定まる括弧 つきタングルに対する不変量である。この不変量は一般には associator の取り方に依存 することが知られている。タングルとして n 成分の string link をとった時、この不変量は n=1 の場合は associator の取り方に依らないが、 $n\geq 3$  の場合には associator の取り方に依ることが知られている。一方で、n=2 の場合については、その associator 依存性は微妙な問題ではっきりとしたことは知られていないようである。

本講演では、2成分 string link に対する Kontsevich 不変量の associator 依存性について得られた結果について説明し、その応用として、古庄英和氏により導入された proalgebraic 2-string link へのガロア作用に関してわかることや、その profinite lift について期待されることを述べる。本講演は野崎雄太氏(横浜国立大学)との共同研究に基づく.

#### 石藤 巧大(山形大学)

ガーサイド元と Khovanov Homology の安定性

結び目のホバノフホモロジー群は、Jones 多項式の圏論化として定義されている、さらに、ホバノフホモロジー群について、その低次元の部分に対して安定性が成り立つことが知られている。

例えば、Stošić はトーラス結び目に対して、Del Valle Vílchez・González-Meneses・Silvero らは positive 3-braid の閉包で得られる絡み目に対して、それぞれ安定性を示している.本講演では、n-braid において、ガーサイド元の冪乗の閉包で表せる絡み目に対しても、同様に低次元の部分に安定性が成り立つことを紹介する.

## 斉藤 澪良(お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科)

On 2-adjacency of 2-bridge links

2-bridge link の 2-adjacency については鳥巣氏による結果が知られている。この講演では、その結果を精密化し、S(2,1) と S(4,1) に 2-adjacent である 2-bridge link の特徴づけを報告する。証明は、多項式不変量と 2-adjacency との関係に関するこれまでに知られている結果を用いる。

## 田崎 愛望(お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科)

Celtic knot の面積の評価について

Celtic knot は、古くから親しまれてきた芸術的な紋様であり、これを幾何学的に考えたときに交代結び目として見ることができる。結び目を格子状の長方形内に実現した場合に、その長方形の面積の交点数を用いた評価は知られていなかった。そこで今回は、交点数による面積の上からの評価が得られたため、その定理を発表する。証明は、グラフを格子状に埋め込むアルゴリズムを用いた計算を用いる。

# 菊屋 美月(お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科)

多面体絡み目の構成と特徴づけ

多面体を用いて構成した絡み目を多面体絡み目と言い、いくつかの超分子は多面体絡み目としてみることができる。例えば、 $\operatorname{Chem}(2025)$  で合成された分子構造は交点数 60、成分数 12 の  $\operatorname{dodecahedral\ link}$  を含む。本講演では、分子構造の候補となる多面体絡み目の構成と特徴づけをおこなう。

# 飯田 暢生(東京女子大学)

On the slice-torus invariant  $q_M$  from  $Z_2$  equivariant Seiberg-Witten theory

Slice-torus invariants are knot invariants whose existence not only immediately implies the Milnor conjecture but also provides a lower bound for the 4-ball genus of every knot. Well-known examples include the Ozsváth-Szabó  $\tau$  invariant and the Rasmussen s invariant. M. Taniguchi and the speaker have constructed a new slice-torus invariant  $q_M$  arising from  $Z_2$ -equivariant Seiberg-Witten theory. In this talk, we will explain recent developments concerning this invariant.

### 岡本 幸大(東京都立大学)

On knot types of clean Lagrangian intersections

 $\mathbb{R}^3$  の余接束  $T^*\mathbb{R}^3$  はシンプレクティック多様体である.  $\mathbb{R}^3$  内の結び目 K に対して、その余法束は  $T^*\mathbb{R}^3$  の Lagrange 部分多様体であり、ゼロ切断 ( $\cong \mathbb{R}^3$ ) と K に沿って clean に交叉している. 本研究は K の余法束の Hamilton アイソトピー変形を考え、変形後にゼロ切断との clean な交叉として現れうる結び目 K' を考察した. (ただの滑らかなアイソトピー変形では K' に全く制約がかからない.) 講演ではシンプレクティック幾何における Floer 理論と超局所層理論の 2 つのアプローチにより、結び目のペア (K,K') にトポロジー的な制約がかかることを説明する. 本研究は浅野知紘氏 (京都大学) との共同研究である.

# 姫野 圭佑(広島大学先進理工系科学研究科) トーラス結び目のバンド解消数

The unoriented band unknotting number of a knot is the minimum number of oriented or non-oriented band surgeries that turn the knot into the unknot. Batson introduced a certain non-oriented band surgery for a torus knot. The minimum number of these operations required to turn a torus knot into the unknot is called the pinch number, and it can be easily calculated from the parameters of the torus knot. In this talk, we explain that the unoriented band unknotting number and the pinch number coincide for torus knots. In the proof, we use the torsion order of the unoriented knot Floer homology.

### 児玉 悠弥(鹿児島大学)

Metrics for quandles

幾何学的群論における基本的な研究対象は、群そのものから定まるケイリーグラフの大域的な性質である。本講演では、ある種の有限性をもつカンドルの連結成分上にグラフ構造を定め、その大域的な性質を紹介する。なお、本研究は岩本光平氏(立命館大学)、甲斐涼哉氏(大阪公立大学)との共同研究である。

# 岩元 悠一郎 (信州大学)

Generating sets of Reidemeister moves

Whether a given set of Reidemeister moves generates ambient isotopy is completely understood in the unoriented setting, whereas in the oriented setting it has not yet been fully determined. In this talk we completely determine, among those generating sets of oriented Reidemeister moves already known, which ones are minimal. For oriented Reidemeister moves, generating sets with exactly one type III (R3) move are commonly used; indeed, having precisely one R3 is a necessary condition for minimality.

We therefore examine all sets that become generating by adding type I (R1) and type II (R2) moves in the minimal possible numbers. Consequently, it suffices to determine, for sets of cardinality four and five, whether they form a generating set and, if so, whether they are minimal. There are 288 and 192 candidates, respectively. We resolve all but four of these cases, determining for each whether it is a generating set and whether it is minimal. This is a joint work with Noboru Ito (Shinshu University).

### 伊藤 哲也(京都大学)

Ma-Qiu index in knot theory

The Ma-Qiu index of a group is the minimum number of normal generators of the commutator subgroup. We explain that it measures the distance of presentation distance of two groups, and demonstrate several applications of Ma-Qiu index to knot theory. We also explain several connections to various open problems in group theory.

# 門上 晃久 (金沢大学)

The half Alexander polynomials of amphicheiral 2-bridge knots

For a negative amphicheiral knot K, its Alexander polynomial at  $t^2$  is of the form  $f(t)f(t^{-1})$ . Then we call f(t) the half Alexander polynomial of K. We compute the half Alexander polynomial of an amphicheiral 2-bridge knot, and show that it can be expressed by the Alexander polynomials of the quotient knot and link by the amphicheiral involution. We remark that the Conway polynomial is better for computations.

## 森藤 孝之(慶應義塾大学)

結び目の TAV 群と位数関数について

正則表現に付随したねじれ Alexander 多項式が 0 となるような結び目が存在する有限 群を, twisted Alexander vanishing group (TAV 群) と呼ぶことにします. 本講演では, 位数 pqr の TAV 群の分類や, TAV 群から定まる結び目の位数関数の性質について紹介します. なお, 本講演は石川勝巳氏(京大数理研), 鈴木正明氏(明治大学)との共同研究に基づきます.

### 市原 一裕(日本大学文理学部)

Degeneracy slopes, boundary slopes and exceptional surgery slopes

In this talk, I will discuss the distance between a degeneracy slope for a very full essen-

tial lamination and a boundary slope of an essential surface embedded in a compact, orientable, irreducible, atoroidal 3-manifold with incompressible torus boundary. I will present an upper bound for this distance in terms of the topology of the essential surface. I will also explain three applications, including some bounds on exceptional surgery slopes.

### 内田 吉昭(神戸薬科大学)

Simple ribbon knots obtained by the product of torus knots (joint with T. Shibuya(Osaka institute of technology))

For a simple ribbon knot, its Alexander polynomial  $\Delta_k(t)$  is determined. A knot k is called a pseudo simple ribbon knot if it has an Alexander polynomial as shown above. Let K be a product of torus knots. We give necessary and sufficient conditions that K is pseudo simple ribbon knot, and give necessary and sufficient conditions that K is simple ribbon knot. And we consider the second coefficient of the Conway polynomial of a simple ribbon fusion knot and determine its value.

# 井上 步(津田塾大学)

Both of the 2-twist-spun  $5_2$ -knot and the 4-twist-spun trefoil have the triple point number eight

一般に、2次元結び目の3 重点数の決定は、1次元結び目の交点数の決定以上に難しい問題です。これまで、カンドル3 コサイクルの「長さ」を活用することで、いくつかの2 次元結び目の3 重点数が決定されています。本講演では、具体的な2 つのカンドル3 コサイクルの「長さ」を決定することで、新たに2-twist-spun  $5_2$ -knot と4-twist-spun trefoil の3 重点数が決定できたことを紹介します。

## 安田 順平(大阪公立大学)

Suciu のリボン結び目と結び目カンドル

2 以上の整数 n に対して、Suciu は結び目群が同型なリボン n 次元結び目の無限族をした、特に 2 次元の場合には、結び目補空間の 2 次ホモトピー群を用いて異なる結び目であることが示される。本講演では、この Suciu のリボン結び目の結び目カンドルは互いに非同型であることを紹介する。またカンドルのタイプと呼ばれる不変量に関して先行研究との比較を行う。

## 木村 直記(東京理科大学)

A numerical invariant and Legendrian embeddings of non-intrinsically knotted graphs

A graph G is said to be intrinsically knotted if for any spatial embedding f of G, f(G) contains a non-trivial knot. In this talk, we introduce a numerical invariant of non-intrinsically knotted graphs in terms of Legendrian spatial embeddings. We also present calculation results of the invariant for several graphs.

# 福田 瑞季(広島大学 WPI-SKCM<sup>2</sup>)

Branched twist roll spun knot のアレクサンダーイデアル

2 つの球面が横断的に 2 点で交わっているものを Montesinos 対という. Plotnick はツイストスパン結び目,ロールスパン結び目,branched twist spin を含む 2 次元結び目は Montesinos 対と  $SL_3(\mathbb{Z})$  を用いて構成できることに着目し,その Gluck twist を調べている. 本講演では,この構成法により得られる基本群の表示からアレクサンダーイデアルを決定したので branched twist spin と比較しながら紹介する. また branched twist spin のアレクサンダーイデアルと同型になる条件についても解説する.

# 浅野 喜敬 (津山工業高等専門学校)

種数2の相対トライセクションを持つあるStein 曲面の分類について (高橋夏野氏(大阪大学)との共同研究)

3 次元接触多様体の Stein 充填は、3 次元接触トポロジー・4 次元シンプレクティックトポロジーいずれの観点からも重要視される研究対象である。一方、4 次元多様体の表示として、Gay-Kirby による(相対)トライセクションがある。これは 4 次元多様体を 3 つの 4 次元 1 八ンドル体に分解するものであり、特に低種数のトライセクションを持つ 4 次元多様体の分類は基本的な問題とされている。本講演では、平面的 3 次元接触多様体の Stein 充填のうち、種数が 2 以下の相対トライセクションを持つものの分類に関する結果を紹介する。本研究は高橋夏野氏(大阪大学)との共同研究である。